

# Soluție Cărți

## Problemă propusă de Păcș Csaba

O stare a cărților de pe masă se poate reprezenta printr-un număr din intervalul  $[0, 8191]$  în felul următor: scriind numărul în sistem binar obținem forma  $b_{12}b_{11} \dots b_1b_0$ , unde  $b_i = 1$  dacă și numai dacă cartea cu valoarea  $i + 1$  se află pe masă.

Să fie

$$win_i = \begin{cases} true & \text{dacă jucătorul care este la mutare în starea } i \\ & \text{are strategie sigură de câștig} \\ false & \text{în caz contrar} \end{cases}$$

Determinarea valorilor  $win_i$  este destul de simplă. Dacă dintr-o stare se poate ajunge într-o stare în care jucătorul pierde, înseamnă, că starea curentă este o stare cu strategie sigură de câștig. Adică:

$$win_i = \begin{cases} true & \text{dacă din starea } i \text{ se poate ajunge într-o stare } j \\ & \text{astfel încât } win_j = false \\ false & \text{în caz contrar} \end{cases}$$

Dintr-o stare  $i$  se poate ajunge într-o stare  $j$ , dacă  $j$  se poate obține din  $i$  prin scăderea a cel mult  $k$  biți consecutivi. Așadar pentru a vedea în ce stări putem ajunge, trebuie să încercăm toate valorile lui  $k$  posibile și toate pozițiile pe care poate apărea șirul de biți consecutivi. Ajungem la un subalgoritm de complexitate  $O(k \cdot 13) = O(k)$ :

```
win[state]:=0;
for i:=1 to k do
begin
  mask:=0;
  for j:=0 to i-1 do mask:=mask or (1 shl j);
  for j:=0 to 13-i do
    if (state and (mask shl j))=(mask shl j)
    then
      if not DoesWin(state-(mask shl j))
      then
        begin
          win[state]:=1;
          break;
        end;
  if win[state]=1
  then break;
end;
```

Rămâne să calculăm numărul  $nr$  asociat stării inițiale de pe masă și dacă  $win_{nr} = true$  să afișăm Alice, iar în caz contrar să afișăm Bob. Pentru a calcula  $win_{nr}$  vom avea nevoie de examinarea a  $2^n$  stări, așadar algoritmul final are complexitatea  $O(2^n \cdot k)$ .

Teste

Test	Număr configurații	Descriere test	Punctaj
0	4	Testul din enunt	10
1	13	Toate cărțile cu $k$ de la 1 la 13	10
2	15	$n = 8, k = 2$ pe toate configurațiile	10
3	15	$n = 6, k = 3$ pe toate configurațiile	10
4	15	Test aleator	10
5	15	Test aleator	10
6	12	O configurație cu $n = 4, k = 2$ în care câștigă Alice și 11 configurații cu $n \geq 11$ și $k = 2$ în care câștigă Bob	10
7	15	Configurații speciale	10
8	15	Configurații speciale	10
9	15	Configurații speciale	10